

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ГОРОДА МОСКВЫ «ШКОЛА № 718»

---

«Рассмотрено»  
Педагогический совет  
ГБОУ Школа № 718  
Протокол № 1 от 29.08.2019



«Утверждаю»  
Директор ГБОУ Школа № 718  
А.С.Бурзин  
Приказ № 113 от 30.08.2019

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА**

**«ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА»**

*Направленность:* естественнонаучная

*Уровень программы:* ознакомительный

*Возраст учащихся:* 12-15 лет

*Срок реализации:* 3 год – 123 час

**Автор-составитель:**

Варенова Татьяна Михайловна  
педагог дополнительного образования

Москва  
2019

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### ВВЕДЕНИЕ

Новые социальные ориентиры в системе образования проявились в различных направлениях: в построении системы непрерывного образования, в изменении ее структуры, в появлении форм альтернативного и вариативного образования, в обновлении содержания, в разработке новых подходов к определению результатов обучения и другие. Основная идея состоит в том, чтобы создать обучаемому оптимальные возможности получения образования желаемого уровня и характера в любой период его жизни.

Основной особенностью современного развития системы математического образования является ориентация на широкую дифференциацию обучения математики, позволяющую решить две задачи. С одной стороны – обеспечить базовую математическую подготовку, а с другой – сформировать у учащихся устойчивый интерес к предмету, выявить и развить их математические способности, ориентировать на профессии, связанные с математикой, подготовить к успешной сдаче ГИА и ЕГЭ, к обучению в ВУЗе. Практическая полезность дисциплины математика обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры реального мира.

Занятия математического объединения в 6-8 классах являются одной из важных составляющих работы с одаренными детьми. В детстве ребенок открыт и восприимчив к чудесам познания, к богатству и красоте окружающего мира. У каждого из них есть способности и таланты, которые надо развивать.

Данная дополнительная общеобразовательная программа «Занимательная математика» рассчитана на три года обучения для учащихся 6-8 классов, проявляющих интерес к математике, желающих изучать математику на повышенном уровне, дает возможность учащимся углубленного изучения основного курса математики путем рассмотрения задач, требующих нестандартного подхода при своем решении, а также для тех, кто пока не знает, что процесс решения задач может доставлять удовольствие.

**Направленность** программы. Для активизации познавательной деятельности учащихся и поддержания интереса к математике вводится данный курс «Занимательная математика», способствующий развитию математического мышления, а также эстетическому воспитанию ученика, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм. Помимо углубленного изучения школьного курса математики программа направлена на ознакомление с решениями олимпиадных задач разного уровня, на получение начальных знаний высшей математики.

**Новизна** программы состоит в том, что она показывает многогранность применения математических знаний в окружающем мире, в направленности на подготовку учащихся к математическим олимпиадам, конкурсам, решению заданий повышенной сложности, а также дает возможность учащимся познакомиться с некоторыми разделами высшей математики.

**Актуальность программы** в том, что предложенный курс способствует выявлению математических способностей у школьников, позволяет «не упустить» математически одаренных учащихся, развивает интерес к ма-

тематике, создает условия для повышения мотивации к обучению математики.

**Педагогическая целесообразность** программы состоит в том, чтобы поддерживать интерес к математическим знаниям учащихся, имеющих способности к изучению предмета, уделять внимание учащимся, которые хотят овладеть знаниями за пределами школьной программы.

**Основная цель программы** – развитие математических способностей, логического мышления, углубление знаний учащихся по предмету, расширение общего кругозора в процессе рассмотрения различных практических, нестандартных задач, обучение нахождению нетрадиционных способов решений задач.

**Задачи реализации программы:**

- развитие математического кругозора, мышления, исследовательских умений учащихся;
- развитие логики и сообразительности, интуиции, пространственного воображения;
- развитие познавательной и творческой активности учащихся;
- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры;
- подготовка учащихся к участию в олимпиадах, конкурсах, проектах по предмету;
- воспитание трудолюбия, терпения, настойчивости, инициативы.

**Цель первого года обучения:** выработать стойкий интерес у учащихся к изучению математики, формировать математическую культуру и грамотность, развивать познавательную и творческую активность.

**Задачи первого года обучения:**

- познакомить учащихся с историей развития и становления математики как науки;
- рассмотреть с учащимися некоторые методы решения арифметических, логических, комбинаторных, геометрических задач;
- подготовить школьников к участию в олимпиадах, конкурсах, проектах по предмету.

**Цель второго года обучения:** формирование глубокого и устойчивого интереса к изучению математики, развитие математических способностей путем введения новых способов и методов решения задач.

**Задачи второго года обучения:**

- способствовать привитию навыков у учащихся самостоятельного поиска решений и исследований;
- расширить сферу математических знаний;
- продолжить подготовку школьников к участию в олимпиадах, конкурсах, проектах по математике.

**Цель третьего года обучения:** систематизация полученных знаний и их применение при решении олимпиадных задач разного вида, прикладных и практико-ориентированных задач; ознакомление учащихся с некоторыми разделами высшей математики.

### ***Задачи третьего года обучения:***

- способствовать оптимальному развитию математических способностей у учащихся и прививать им определенные навыки учебно-исследовательского характера;
- расширить и углубить представления учащихся о применении математических знаний в других сферах человеческой деятельности;
- познакомить учащихся с комплексными числами, научить выполнять действия над ними, показать применение комплексных чисел в решении уравнений и геометрических задач;
- познакомить учащихся с определителями, матрицами и действиями с ними, их применением при решении систем уравнений.

ВОЗРАСТ обучающихся, для которых предназначена программа, - 12-15 лет, то есть для учащихся 6-8 классов общеобразовательной школы. Нижняя граница возраста объясняется тем, что учащиеся должны иметь базовые знания по предмету. Границы возраста могут варьироваться с учетом индивидуальных особенностей детей.

### ***Продолжительность и этапы образовательного процесса.***

Программа рассчитана на **3 года** обучения.

**Объем** программы 123 часов, которые распределяются следующим образом:

1 год обучения -41 часов (1 час в неделю);

2 год обучения -41 часов (1 час в неделю);

3 год обучения -41 часов (1 час в неделю).

**Содержание и объем стартовых знаний**, необходимых для начального этапа освоения программы представляют собой уверенное владение объемом информации, соответствующее требованиям к уровню подготовки учащихся, оканчивающих 5 класс.

Обучение основывается на следующих **педагогических принципах**:

- учет возрастных и индивидуальных особенностей каждого ребенка;
- доброжелательный психологический климат на занятиях;
- личностно-деятельный подход к организации учебно-воспитательного процесса;
- подбор методов занятий соответственно целям и содержанию занятий и эффективности их применения;
- оптимальное сочетание форм деятельности;
- доступность.

В процессе обучения используются следующие **методы**:

репродуктивный;

поисковый;

личностно-деятельностный и субъект–субъективный;

коммуникативно-развивающий;

метод проектов.

Программа предусматривает фронтальные, индивидуальные, групповые формы учебной работы с обучающимися.

Фронтальная работа предполагает совместные действия всех учащихся класса под руководством учителя

Групповая работа предполагает работу учащихся в группах из 3—6 человек или в парах. Задания для групп могут быть одинаковыми или разными.

Индивидуальная работа предполагает самостоятельную работу каждого ученика в отдельности

В процессе обучения используются следующие **формы** учебных занятий: мини-лекции, семинар, работа с компьютером, индивидуальная работа, работа в парах, работа в группах, обучающий тренажер, практикум по решению задач, самообучение (работа с учебной литературой, задания по образцу), круглый стол, саморазвитие (подготовка сообщений на выбранную тему, работа с информационным и методическим материалом). Возможны различные формы творческой работы учащихся, как например, «защита решения», отчет по результатам «поисковой» работы на страницах книг, журналов, сайтов в Интернете по указанной теме.

### **Прогнозируемые результаты и критерии их замера.**

В результате освоения данной программы обучающиеся должны знать: основные способы решения нестандартных, логических, геометрических задач, задач по комбинаторике и теории вероятностей, методы решения уравнений и неравенств разного вида, алгебру матриц и определителей, действия с комплексными числами, применение математического аппарата к решению прикладных задач и задач практико-ориентированного содержания.

должны уметь: свободно владеть нестандартными подходами к решению различного вида задач, уравнений, неравенств.

К концу 1 года обучения обучающиеся

должны знать: историю развития и становления математики как науки; методы решения задач на четность и нечетность, логических, комбинаторных, геометрических задач, решение математических ребусов и игр; свойства делимости и остатков; простейшие геометрические фигуры и использование их свойств в решении геометрических задач.

должны уметь: решать задачи с применением свойств четности и нечетности, делимости и остатков; решать линейные уравнения с двумя переменными в целых числах; решать логические задачи разного вида; применять в решении задач принцип Дирихле и метод инвариантов; решать простейшие комбинаторные задачи с помощью формул перестановок, размещений и сочетаний, применять графы в решении задач; конструировать, решать задачи с помощью пентамино, танграма; исследовать геометрические фигуры и применять их свойства при решении задач.

К концу 2 года обучения обучающиеся

должны знать: способы решения старинных занимательных задач, приемы устного счета, методы решения задач практико-ориентированного содержания логических, комбинаторных, статистических задач и задач по теории вероятностей, геометрических задач на вычисления, построения и доказательства, объяснения математических фокусов с картами, игральными костями, домино, календарем, часами, топологических головоломок, теорему Эйлера, метод мате-

математической индукции, способы решения неравенств в целых числах, с модулем, с параметром, определение функции, графика функции, функцию Антье и ее свойства.

**должны уметь:** применять приемы устного счета при решении задач, решать задачи практико-ориентированного содержания на работу, дроби, проценты, пропорции, задачи, связанные с делимостью, логические арифметические, алгебраические, геометрические задачи, демонстрировать математические фокусы, решать простейшие топологические головоломки, решать задачи с использованием теорем сложения и умножения вероятностей, основных формул комбинаторики, использовать изоморфизм графов при решении задач, применять метод математической индукции в решении задач, решать и доказывать неравенства в целых числах, с параметром и модулем, строить графики функций с параметром и модулем, строить график функции Антье и применять его свойства в решении задач.

**К концу 3 года обучения обучающиеся**

**должны знать:** системы счисления, способы решения нестандартных алгебраических задач и задач с целыми числами, методы извлечения квадратного корня, способы решения квадратных и диофантовых уравнений, неравенство Коши и его свойства, формулу полной вероятности, формулу Байеса, формулу Бернулли, формулу Пуассона, замечательные точки и линии в треугольнике, подобие треугольников, метрические соотношения в треугольнике и круге, геометрические преобразования, неравенство треугольника и его применение в решении задач, применение математических методов в криминалистике, судебной экспертизе и экономике, определение матрицы, действия с матрицами, алгоритм вычисления определителей II и III порядков, формулы Крамера, метод Гаусса, определение комплексного числа и действия с комплексными числами, алгебраическую и геометрическую форму комплексного числа.

**должны уметь:** переводить запись числа из одной системы счисления в другую, складывать и умножать числа в любой системе счисления, решать нестандартные задачи с целыми числами на восстановление знаков действий и цифр натурального числа, перестановку и зачеркивание цифр в натуральном числе, представление целых чисел в некоторой форме, решать нестандартные алгебраические задачи на делимость многочленов, условные тождества, последовательности и прогрессии, извлекать квадратный корень приближенными методами, решать квадратные уравнения несколькими способами, решать диофантовы уравнения разными методами, применять неравенство Коши для доказательства неравенств, решать задачи на применение формулы полной вероятности, формулы Байеса, формулы Бернулли, на биномиальное распределение и распределение Пуассона, полигон и гистограмму, решать геометрические задачи с использованием замечательных точек и линий в треугольниках, применять подобия треугольников, метрические соотношения в треугольнике и круге при решении задач, выполнять геометрические преобразования – применения движений, применение подобия и гомотетии, инверсия; применять неравенство треугольника в решении задач и доказательстве неравенств, применять геометрические, аналитические, вероятностные методы в решении некоторых прикладных задач криминалистики, судебной экспертизы и экономики, выполнять

действия с матрицами, вычислять определители II и III порядков, решать системы линейных уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса; выполнять действия с комплексными числами, применять комплексные числа в простейших геометрических задачах.

Процесс обучения предусматривает следующие *виды контроля*:

Вводный, текущий, итоговый.

*Формы контроля*: тест, зачет, защита мини-проекта, участие в олимпиадах и конкурсах

*Формы подведения итогов* реализации дополнительной образовательной программы в конце каждого года обучения: участие в олимпиадах, математических конкурсах, учебно-исследовательских конференциях.

### **Методическое обеспечение**

Для проведения занятий с одаренными детьми по математике используются:

- Современные педагогические технологии.
- Материал по истории математики, дидактический материал для проведения занятий.
- Проведение викторин, конкурсов, олимпиад.

Каждое занятие планируется с учетом гармоничного сочетания теории и практики. С учетом цели занятия используются современные методики на основе развивающей и личностно-ориентированной моделях обучения.

- Используемые технологии развивающей модели обучения:

**Проблемно-поисковая технология** используется при изучении нового материала и решении практических задач.

**Технологию групповой творческой деятельности (мозговой штурм)** использую на занятиях с одаренными детьми. При помощи этой технологии можно проводить математический бой, а так -же разработку и выпуск стенгазеты по математике.

**Технология исследовательского обучения** используется при решении практических задач по геометрии (задачи на разрезание, на построение).

**Коммуникативно-диалоговая технология**, как организация различного вида дискуссий, широко используется не только на уроках основного курса, но и на уроках предпрофильного курса. Именно на уроках предпрофильного курса, где отсутствует традиционная индивидуальная оценка ученика, формирование мировоззренческих позиций идет в процессе общения.

- Используемые технологии личностно-ориентированного обучения:

**Технология модульного обучения.**

**Технология дифференцированного обучения** используется при работе на занятиях с одаренными детьми для создания индивидуальных образовательных траекторий учащихся с разным уровнем познавательных способностей.

**Информационные технологии** используются при подготовке и проведении Интернет-олимпиад по математике.

### **Учебно-тематический план 1 года обучения**

№ п/п	Тема	Общее
-------	------	-------

		КОЛ-ВО ЧАСОВ
<b>1.</b>	<b>Из истории развития математики</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Четность</b>	<b>5</b>
2.1	Чередование	2
2.2	Разбиение на пары	2
2.3	Четность и нечетность	1
<b>3</b>	<b>Математические ребусы, игры</b>	<b>5</b>
3.1	Ребусы и игры-шутки	2
3.2	Симметричная стратегия и выигрышная позиция	2
3.2	Метод «анализ с конца»	1
<b>4</b>	<b>Делимость и остатки</b>	<b>4</b>
4.1	Основная теорема арифметики. Свойства остатков	2
4.2	Решение уравнений с двумя переменными в целых числах	2
<b>5</b>	<b>Логические задачи</b>	<b>8</b>
5.1	Задачи про рыцарей, лжецов и хитрецов	1
5.2	Задачи на переливание и Взвешивание	2
5.3	Задачи, решаемые с помощью таблиц	1
5.4	Геометрические задачи на вычисление и построение	1
5.5	Задачи с целыми числами	1
5.6	Задачи на смеси	2
<b>6</b>	<b>Принцип Дирихле</b>	<b>2</b>
<b>7</b>	<b>Инвариант</b>	<b>2</b>
<b>8</b>	<b>Комбинаторика</b>	<b>4</b>
8.1	Перестановки, сочетания, Размещения	2
8.2	Графы и их применение в решении задач	2
<b>9</b>	<b>Геометрическая мозаика</b>	<b>9</b>
9.1	Пространство и размерность. Простейшие геометрические фигуры	1
9.2	Конструирование	2
9.3	Куб и его свойства	1
9.4	Задачи на разрезание и складывание фигур	2
9.5	Геометрические головоломки	2
9.6	Геометрический тренинг	1
	<b>ИТОГО</b>	<b>41</b>



## Содержание курса 1-го года обучения

### ***Раздел 1. Из истории развития математики.***

Как возникло слово «математика». Натуральные числа. Рассказы о числах-великанах. Запись цифр и чисел у других народов.

### ***Раздел 2. Четность.***

Чередование направлений вращения, чередование клеток шахматной доски. Разбиение на пары: возможность разбиения на пары; четное и нечетное число пар при разбиении, их свойства. Четность и нечетность суммы и разности, произведения и частного. Решение задач.

### ***Раздел 3. Математические ребусы, игры.***

Математические ребусы. Игры-шутки. Симметричная стратегия. Нахождение выигрышных позиций. Метод «анализ с конца».

### ***Раздел 4. Делимость и остатки.***

Простые и составные числа. Основная теорема арифметики. Остатки от деления. Перебор возможных остатков. Свойства остатков. Свойства делимости. Алгоритм Евклида. Решение линейных уравнений с двумя переменными в целых числах: метод перебора, метод остатков, метод выделения целой части.

### ***Раздел 5. Логические задачи.***

Истинные и ложные высказывания. Рыцари, лжецы, хитрецы. Задачи на переливание и взвешивание. Задачи, решаемые с помощью таблиц. Геометрические задачи на построение, на вычисления. Задачи с целыми числами. Задачи на смеси.

### ***Раздел 6. Принцип Дирихле.***

Формулировка принципа Дирихле, доказательство принципа методом от противного. Решение задач с помощью принципа Дирихле.

### ***Раздел 7. Инвариант.***

Понятие инварианта. Метод инварианта в решении задач. Задачи на раскраску.

### ***Раздел 8. Комбинаторика.***

Подсчет вариантов. Правило суммы. Правило произведения. Размещения. Перестановки. Сочетания. Треугольник Паскаля. Понятие графа. Степени вершин и подсчет числа ребер. Эйлеровы графы. Деревья. Решение задач.

### ***Раздел 9. Геометрическая мозаика.***

Пространство и размерность. Простейшие геометрические фигуры. Конструирование: составление различных конструкций из букв Т и Г; составление композиций орнаментов, рисунков; геометрические иллюзии. Куб и его свойства: развертка куба, изображение куба, изготовление модели куба. Задачи на разрезание и складывание фигур: изготовление набора пентамино и решение задач с использованием этого набора. Геометрические головоломки: геометрия танграма, игра стомахион, изготовление, решение задач. Геометрический тренинг: исследование особенностей геометрических фигур, решение задач на развитие «геометрического зрения».

## Учебно-тематический план 2 года обучения

№ п/п	Наименование темы	Всего
<b>1</b>	<b>Старинные математические задачи</b>	<b>2</b>
1.1	Задачи из «Арифметики Л. Н. Толстого».	
1.2	Задачи С. А. Рачинского	
1.3	Индийские старинные задачи	
1.4	Греческие старинные задачи	
1.5	Китайские старинные задачи	
1.6	Старинные задачи в современной интерпретации	
<b>2</b>	<b>Приемы устного счета</b>	<b>2</b>
2.1	Умножение двухзначных чисел на 11, 111	
2.2	Возведение в квадрат чисел, оканчивающихся на 5. Деление на 5 и 25	
2.3	Возведение в квадрат трехзначных чисел, оканчивающихся на 25. Умножение на 155 и 175	
2.4	Умножение на 9, 99, 999	
<b>3</b>	<b>Задачи практико-ориентированного содержания</b>	<b>6</b>
3.1	Задачи на движение	1
3.2	Задачи на работу	1
3.3	Задачи с дробями и процентами	1
3.4	Задачи на пропорции	1
3.5	Задачи на составление уравнений и систем уравнений	2
<b>4</b>	<b>Задачи на делимость</b>	<b>4</b>
4.1	Задачи на делимость, связанные с теоремой Ферма.	
4.2	Задачи на делимость, связанные с разложением выражений $a^n \pm b^n$ на множители	
4.3	Комбинаторные задачи, связанные с делимостью	
4.4	Задачи на алгебраические дроби, содержащие целочисленную переменную	
4.5	Задачи на многочлены, связанные с делимостью	
4.6	Одиночные и парные задачи на делимость	
<b>5</b>	<b>Математические фокусы</b>	<b>2</b>
5.1	Математические фокусы с картами	
5.2	Математические фокусы с игральными костями, домино.	
5.3	Математические фокусы с календарями, часами.	
<b>6</b>	<b>Топологические головоломки</b>	<b>1</b>
<b>7</b>	<b>Логические</b>	<b>3</b>

	<b>задачи</b>	
7.1	Логические арифметические задачи	1
7.2	Логические алгебраические задачи	1
7.3	Логические геометрические задачи	1
<b>8</b>	<b>Комбинаторика, статистика и теория вероятностей</b>	<b>3</b>
8.1	Решение комбинаторных задач	1
8.2	Решение статистических задач	1
8.3	Решение задач по теории вероятностей	1
<b>9</b>	<b>Графы</b>	<b>2</b>
<b>10</b>	<b>Индукция</b>	<b>2</b>
<b>11</b>	<b>Неравенства</b>	<b>4</b>
11.1	Неравенства в целых числах	1
11.2	Доказательство неравенств	1
11.3	Решение неравенств с параметром	1
11.4	Решение неравенств с модулем	1
<b>12</b>	<b>Функции и графики</b>	<b>6</b>
12.1	Функции с модулем и их графики	2
12.2	Функции с параметром и их графики	2
12.3	Функция Антье, ее график, применение	2
<b>13</b>	<b>Геометрическая мозаика</b>	<b>3</b>
13.1	Задачи на вычисление	1
13.2	Задачи на доказательство	1
13.3	Задачи на построение	1
<b>ИТОГО</b>		<b>41</b>

### Содержание курса 2-го года обучения

#### *Раздел 1. Старинные математические задачи.*

Задачи из «Арифметики Л. Н. Толстого». Задачи С. А. Рачинского. Индийские старинные задачи. Греческие старинные задачи. Китайские старинные задачи. Старинные задачи в современной интерпретации.

#### *Раздел 2. Приемы устного счета.*

Умножение двухзначных чисел на 11, 111. Возведение в квадрат чисел, оканчивающихся на 5. Деление на 5 и 25. Возведение в квадрат трехзначных чисел, оканчивающихся на 25. Умножение на 155 и 175. Умножение на 9, 99, 999.

#### *Раздел 3. Задачи практико-ориентированного содержания.*

Задачи на движение. Задачи на работу. Задачи с дробями и процентами. задачи на пропорции. Задачи на составление уравнений и систем уравнений.

#### *Раздел 4. Задачи на делимость.*

Комбинаторные задачи, связанные с делимостью. Задачи на делимость, связанные с теоремой Ферма. Задачи на делимость, связанные с разложением выражений

$a^n \pm b^n$  на множители. Задачи на алгебраические дроби, содержащие цело-

численную переменную. Одиночные и парные задачи на делимость.

#### ***Раздел 5. Математические фокусы.***

Математические фокусы с картами. Математические фокусы с игральными костями, домино. Математические фокусы с календарями, часами.

#### ***Раздел 6. Топологические головоломки.***

Элементарные топологические законы. Бумажные кольца. Топологические фокусы с носовыми платками, шнурами, бечевками. Волшебная карта цветов.

#### ***Раздел 7. Логические задачи.***

Логические арифметические задачи. Логические алгебраические задачи. Логические геометрические задачи.

#### ***Раздел 8. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей.***

Решение комбинаторных задач на перестановки, размещения, сочетания. Решение статистических задач – нахождение моды, медианы, среднего арифметического, размаха; составление таблиц и диаграмм. Решение задач по теории вероятностей – теорема сложения вероятностей, условная вероятность, независимость событий, теорема умножения вероятностей.

#### ***Раздел 9. Графы.***

Изоморфизм. Изоморфные графы. Цикл. Деревья. Теорема Эйлера и ее следствия. Ориентированные графы.

#### ***Раздел 10. Индукция.***

Процесс и метод индукции. Метод математической индукции. Игра «Ханойская башня». Алгоритм решения задачи методом математической индукции. Метод математической индукции и догадка по аналогии. Классические задачи, решаемые методом математической индукции.

#### ***Раздел 11. Неравенства.***

Неравенства в целых числах. Доказательство неравенств. Решение неравенств с параметром. Решение неравенств с модулем

#### ***Раздел 12. Функции и графики.***

Функции с модулем и их графики. Функции с параметром и их графики. Функция Антье, ее график, применение.

#### ***Раздел 13. Геометрическая мозаика.***

Задачи на вычисление: внешний угол треугольника, биссектрисы внешних и внутренних углов треугольника, углы между медианой, биссектрисой и высотой в прямоугольном треугольнике, подсчет количества диагоналей и сторон многоугольника.

Задачи на доказательство: доказательства равенства треугольников по исходным данным, доказательства на равенства или отношения расстояний.

Задачи на построение: наименьшее и наибольшее расстояния, равноудаленность от заданной точки, построение равнобедренных и прямоугольных треугольников.

### **Учебно-тематический план 3 года обучения**

№ п/п	Наименование темы	Всего
-------	-------------------	-------

<b>1</b>	<b>Системы счисления</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Нестандартные математические задачи</b>	<b>2</b>
2.1	Решение нестандартных математических задач с целыми числами	1
2.2	Решение нестандартных алгебраических задач	1
<b>3</b>	<b>Корень, методы извлечения квадратного корня</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Способы решения квадратных уравнений</b>	<b>2</b>
<b>5</b>	<b>Сравнения и диофантовы уравнения</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>Неравенства</b>	<b>4</b>
<b>7</b>	<b>Теория вероятностей и математическая статистика</b>	<b>4</b>
<b>8</b>	<b>Геометрическая мозаика</b>	<b>5</b>
8.1	Замечательные точки и линии в треугольниках	1
8.2	Применение подобия треугольников к решению задач	1
8.3	Метрические соотношения в треугольнике и круге	1
8.4	Геометрические преобразования	1
8.5	Неравенство треугольника и его применение	1
<b>9</b>	<b>Применение математического аппарата в некоторых профессиях</b>	<b>2</b>
5.1	Решение прикладных задач в криминалистике и судебной экспертизе с помощью математического аппарата	1
5.2	Математика в экономике	1
<b>10</b>	<b>Определители и матрицы</b>	<b>6</b>
12.1	Матрицы и операции над ними	2
12.2	Определитель матрицы, свойства определителей и их вычисление.	2
12.3	Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса	2
<b>11</b>	<b>Комплексные числа и действия над ними</b>	<b>8</b>
13.1	Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма комплексного числа.	4
13.2	Геометрическая интерпретация комплексных чисел	2
13.3	Применение комплексных чисел в геометрии	2
<b>ИТОГО</b>		<b>41</b>

### Содержание курса 3-го года обучения

#### *Раздел 1. Системы счисления.*

Понятие системы счисления. Алгоритм перевода записи числа из одной системы счисления в другую. Сложение и умножение чисел в произвольной системе счисления.

#### *Раздел 2. Нестандартные математические задачи.*

Решение нестандартных математических задач с целыми числами – восстановление знаков действий и цифр натурального числа, перестановка и зачеркива-

ние цифр в натуральном числе, представление целых чисел в некоторой форме. Решение нестандартных алгебраических задач – делимость многочленов, условные тождества, последовательности и прогрессии.

### ***Раздел 3. Корень, методы извлечения квадратного корня.***

Арифметический способ. Способ грубой оценки. Извлечение квадратного корня столбиком. Вавилонский способ. Метод Герона. Метод Ньютона.

### ***Раздел 4. Способы решения квадратных уравнений.***

Разложение левой части уравнения на множители. Метод выделения полного квадрата. Решение квадратных уравнений по формуле. Решение уравнений с использованием теоремы Виета. Решение уравнений способом «переброски». Свойства коэффициентов квадратного уравнения. Графическое решение квадратного уравнения. Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки. Решение квадратных уравнений с помощью номограммы. Геометрический способ решения квадратных уравнений.

### ***Раздел 5. Сравнения и диофантовы уравнения.***

Основные свойства остатков. Сравнение по модулю. Решение задач на сравнение. Уравнения в целых числах: преобразование уравнений и перебор вариантов, остатки по модулю, применение неравенств и оценок для решения диофантовых уравнений. Малая теорема Ферма.

### ***Раздел 6. Неравенства.***

Среднее арифметическое и среднее геометрическое. Неравенство Коши и его свойства. Применение неравенства Коши для доказательства неравенств. Тождественные преобразования. Индукция в неравенствах. Решение неравенств разного вида.

### ***Раздел 7. Теория вероятностей и математическая статистика.***

Формула полной вероятности. Формула Бейеса. Формула Бернулли. Случайная величина. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Решение задач на применение формул. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Способы отбора. Полигон и гистограмма.

### ***Раздел 8. Геометрическая мозаика.***

Замечательные точки и линии в треугольниках. Применение подобия треугольников к решению задач. Метрические соотношения в треугольнике и круге. Геометрические преобразования – применения движений, самосовмещения, применение подобия и гомотетии, инверсия. Неравенство треугольника и его применение – геометрические неравенства, доказываемые применением неравенства треугольника; неравенство треугольника и геометрические преобразования; симметрия и неравенство треугольника; дополнительные построения как способ доказательства геометрического неравенства; основные принципы применения неравенства треугольника.

### ***Раздел 9. Применение математического аппарата в некоторых профессиях.***

Геометрические методы в решении прикладных задач криминалистики и судебной экспертизы – применение метода визирования при определении расстояний до недоступной точки; методы проективной геометрии – определение

действительных размеров объекта по измерительному фотоснимку, определение колеи и базы автомобиля по следам поворота. Аналитические методы в решении прикладных задач криминалистики и судебной экспертизы – математическая обработка экспериментальных данных, способы определения коэффициентов и постоянных эмпирических зависимостей. Решение прикладных задач криминалистики и судебной экспертизы с использованием теории вероятностей. Применение математических методов для расчета экономических задач.

### ***Раздел 10. Определители и матрицы.***

Определение матрицы. Виды матриц. Сложение и вычитание матриц. Умножение матрицы на число. Произведение матриц. Единичная матрица. Определители II и III порядка. Свойства определителей и правила их вычисления. Матрица, обратная данной. Формулы Крамера. Применение формул Крамера к решению систем линейных уравнений. Обратная матрица. Метод Гаусса. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

### ***Раздел 11. Комплексные числа и действия над ними.***

Понятие комплексного числа. Арифметические действия с комплексными числами. Сопряженные комплексные числа. свойства сопряженных чисел. Извлечение квадратных корней из отрицательных чисел. Изображение комплексных чисел точками на плоскости. Применение комплексных чисел в геометрии – расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении.

### Список литературы для учащихся.

1. А. Фарков «Математические олимпиады. 5-11 класс.», М «Экзамен», 2011.
2. И.В.Ященко «Приглашение на математический праздник». М., МЦНПО, 2005.
3. И.Я. Депман, Н.Я. Виленкин. «За страницами учебника математики: Пособие для учащихся 5 – 6 классов сред школ. – М.: «Просвещение», 2004.
4. Баврин, И. И. Старинные задачи: кн. для учащихся / И.И.Баврин, Е.А.Фрибус. — М. : Просвещение, 1994.
5. Перельман, Я. И. Живая математика / Я. И. Перельман. — М. : АСТ , 2009.
6. Перельман, Я. И. Занимательная арифметика / Я. И. Перельман. — М.: Центрполиграф , 2010.
7. «Все задачи "Кенгуру"», С-П.,2003.
8. Газета «Математика» «Первое сентября».
9. Нагибин Ф. Ф., Канин Е. С. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся 5 – 9 кл. сред. шк. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 1988.
10. Пичурин Л. Ф. За страницами учебника алгебры: Книга для учащихся 7 – 9 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1990.
11. Васильев Н. Б., Егоров А. А. Задачи Всесоюзных математических олимпиад – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.

### Список литературы для учителя

1. Альхова З. Н., Макеева А. В. Внеклассная работа по математике. – Саратов: «Лицей», 2001.
2. Виленкин Н. Я. Популярная комбинаторика. - М.: Просвещение, 2003.
3. Генкин С.А Ленинградские математические кружки. – М.: Просвещение, 1965
4. Козлова Е. Г. Сказки и подсказки (задачи для математического кружка). Издание 2-е, испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2004.
5. Рязановский А. Р., Зайцев Е. А. Математика. 5 – 11 кл.: Дополнительные материалы к уроку математики. – М.: Дрофа, 2001.
6. Фарков А. «Внеклассная работа по математике. 5-11 классы», М «Айрис-Пресс», 2007.
7. Фарков А. «Математические кружки в школе. 5-8 классы», М «Айрис-Пресс», 2008.
8. Шейнина О. «Занятия школьного кружка по математике. 5-6 класс», М «НЦ ЭНАС», 2007.
9. Факультативный курс по математике. Составитель И.Л. Никольская. – М.: 1997.